

## A GRUBU - FİNAL SINAVI

**Soru 1.** Bir  $K$  kümesi,  $s$  ve  $t$  rasyonel sayılar olmak üzere  $K = \{s + t\sqrt{2} : s, t \in \mathbb{Q}\}$  biçiminde tanımlanıyor. Aşağıdaki ifadeler gerçektir. Gösteriniz.

- i)  $x_1, x_2 \in K$  ise  $x_1 + x_2 \in K$  ve  $x_1 \cdot x_2 \in K$  dir.  
ii)  $x \neq 0$  ve  $x \in K$  ise  $\frac{1}{x} \in K$  dir. (20 puan)

**Soru 2.**  $(a_n)$  dizisi  $a_1 = 0, a_{n+1} = \frac{2a_n + 1}{a_n + 2}$  indirgeme bağıntısı ile veriliyor.

- i) Her  $n \geq 1$  için  $0 \leq a_n < 1$  dir?  
ii)  $(a_n)$  dizisi artandır?  
iii)  $(a_n)$  dizisinin limitini bulunuz? (25 puan)

**Soru 3.**  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{\sin k}{k^2}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , ise  $(S_n)$  bir Cauchy dizisidir? (25 puan)

**Soru 4.**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1 + \alpha)^n}$ ,  $\alpha \in (0, \infty)$  geometrik serisinin toplamı  $\frac{1}{3}$  olacak biçimde  $\alpha$  reel sayısını belirleyiniz. (20 puan)

**Soru 5.**  $M = \left\{ \frac{5n}{3n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$  kümesinin (varsa) infimum ve supremumunu bulunuz. (10 puan)

Süre 100 dakikadır. Başarılar dilerim.